道路ネットワークにおけるボトルネック型混雑現象の検討

立正大学　藤岡明房

１．はじめに

現代の都市の道路交通においては，自動車の数が多くなることによる交通混雑の現象が多く発生する．この交通混雑現象を取り上げ，経済学観点から検討したのが Walters（1961）[1]である．しかし，彼の分析の前提は交通量，速度などの変数は時間に関して一定であるという静学均衡であった．それに対し，あるボトルネックにおいて渋滞が発生するというボトルネック型の交通混雑現象もある．和田・赤松（2010）[2]では，後者の混雑現象を交通渋滞（queuing congestion）と呼び，交通混雑（flow congestion）と区別している．ボトルネック型の交通渋滞は，交通混雑現象と似ているが，ボトルネックでは待ち行列が生じるため，時間が重要な役割を果たすことから動学分析が行われることになる．

交通混雑と交通渋滞は現象的には類似の状況であるが，前者は静学分析が行われ，後者は動学分析が行われるため必ずしもそれらの関係が見えやすいとはいえない．特に，後者の交通渋滞現象は動学分析が適用されるため，工学的な分析が中心になっている．そのため，経済学的な意味づけが十分ではない．そこで，本報告では，交通混雑と交通渋滞を経済学的に検討する．さらに，道路のネットワークの中で交通混雑と交通渋滞が発生した場合にどのような関係が成立するかについても検討する．

２．交通混雑と経済分析

２．１　交通混雑と交通渋滞の区別

道路交通における交通混雑問題を検討する際に，あらかじめ交通混雑と交通渋滞の区別をしておく．交通混雑はある道路を利用する自動車の交通量が増加すると道路容量の制約によりすべての自動車の速度が遅くなるという現象である．交通混雑は交通量が多い時間帯に発生するが，交通量が減少すると混雑が発生しなくなる．混雑が発生する時間帯をピーク，混雑が発生しない時間帯をオフピークと区別することができる．

それに対し，交通渋滞とはあるボトルネックにおいて待ち行列が発生し，自動車の速度が遅くなるという現象である．ボトルネックを過ぎれば自動車の速度は元に戻り早くなる．したがって，交通渋滞はボトルネックにおいて生じる混雑現象といえる．

ボトルネックにおける交通渋滞を最初に取り上げたのは Vickrey（1969）[3]である．しかし，彼の研究は交通工学的研究ということで当初経済学者から注目されなかった．それが経済学者にも注目されるようになったのは，Arnott, de Palma,and Lindsey（ADL；1990，1993, 1998）[45]が行った一連の研究による．このように交通混雑と交通渋滞は異な

---

[1] Walters は，A. C. Pigou の *Economics of Welfare*（1920）の第１版の中で道路混雑の問題が取り上げられていることを指摘している．Walters は道路混雑の問題を現在標準的な定式化となっている私的限界費用と社会的限界費用を用いて議論している．なお，Walters では p678 からボトルネックのケースを取り上げ，超混雑現象の図解を行っている．

[2]交通混雑と交通渋滞の区別について説明している論文としては，和田，赤松（2010）「単一ボトルネックにおける渋滞と混雑を解消する情報効率的メカニズムの設計」、土木学会論文集 D,Vol,66, No,2, p160－170.」が挙げられる．そこでは，「“交通渋滞”は動学的な混雑現象であり，交通量の容量超過に伴う待ち行列（queuing）発生により負の外部性を引き起こす.」としている．

[3] Vickrey はボトルネックでの渋滞問題を待ち行列として定式化し，動学分析を行っている．しかし，Vickrey の論文は，当初経済学者から注目されなかったという指摘は，Arnott, de Palma, and Lindsey（1993）の p162 の本文と脚注で述べられている．

[4] Arnott, de Palma, and Lindsey の研究の前に，ボトルネックでの渋滞問題を工学的な視点から研究した論文が存在している．それが，Transportation science での Mahmassani, H.S. and GL Chang　（1987）　や G. F. Newell（1988 ）などである．例えば，Mahmassan らは，最初，同質的で単一のルートの.................. ボトルネックのモデルを考え，後でそれを非同質的利用者，非同質的到着時刻，複数のボトルネック，複数のルートへと拡張している．

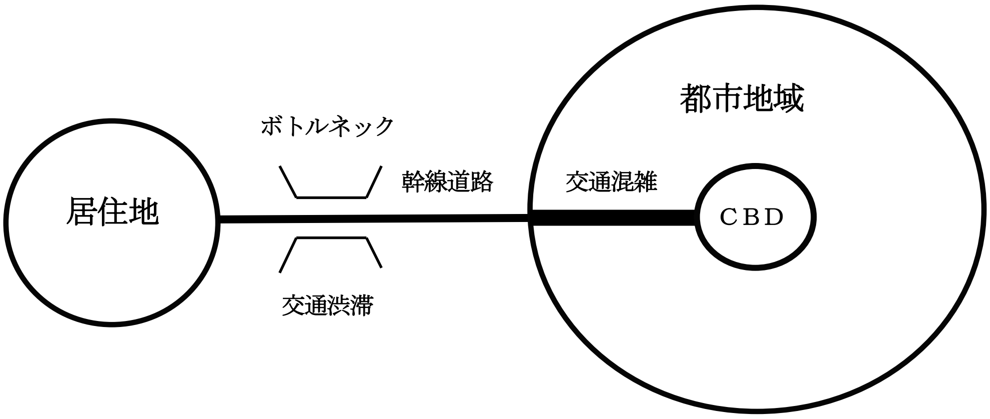
[5] Arnott, de Palma, and Lindsey は，工学的な研究を踏まえて，一連の論文においてボトルネック型の渋滞問題についての基本的な研究を行った.

った混雑現象であるということで区別する必要がある．

都市内のように交通量が多い地域では交通混雑が発生しやすい．それに対し，交通量がそれほど多くない郊外においてもボトルネックが存在すれば交通渋滞は発生する可能性がある．ただし，都市内においても道路工事などによりボトルネックが発生すれば，交通渋滞が生じることになる．したがって，これら２種類の交通混雑現象に対し同じ対策を採用することは妥当とはいえないであろう．交通混雑と交通渋滞が同時に発生する場合は，交通混雑対策と交通渋滞対策を合わせて行う必要があろう．

交通混雑と交通渋滞の例としては図１のように，都市地域の中では交通量が多いため交通混雑が発生し，居住地から都市地域までの幹線道路ではボトルネックが存在するならば交通渋滞が発生することになる．

図１．交通渋滞と交通混雑



２．２　交通混雑

ある２地点を結ぶ道路において交通容量Wが一定のとき，個別の道路利用者がその２地点間を移動するとき（トリップ)の費用は燃料費用と道路料金などの金銭的費用に、トリップ所要時間を金銭換算した時間費用を加えた費用になる．この費用のことを一般化費用（full price ） c_i と呼んでいる．

個別の道路利用者 i がこの道路を利用して，２地点間を１回トリップしたときの費用 c_i は交通量 x と交通容量Wの関数になる．なお，この費用 c_i は，個別の道路利用者 i の１回のトリップでの費用であるから，個別の道路利用者の限界費用でもある．

$$c_i = c_i(x, W)$$

$$c_{ix} > 0, \quad c_{iW} < 0,$$

したがって，個別の道路利用者を集計した市場全体の道路利用者の総一般化費用Cは，

$$C = C(x, W)$$

$$= x \cdot c_i(x, W)$$

となる．そのため，総費用Cを交通量 x で割った，平均費用は c_i になる．

伝統的交通理論では，需要に関しては集計的需要を用いている．そこで，本報告でも単純化のため集計的需要を用いることにする．２地点間をトリップすることに対する道路利用者のトリップ需要Dは, 価格 p に依存する．したがって，集計した市場全体の道路利用者の逆需要関数 D_i^{-1} は,

$$p = D_i^{-1}(x)$$

$$= p(x)$$

$$p_x < 0$$

となる．

次に，社会的厚生を最大にする交通量を求めてみる．そのために，消費者余剰と総費用の差である社会的余剰を最大化してみる．

$$消費者余剰=\int_0^x p(x)\,dx$$

$$総費用=x\cdot c_i(x_i, W)$$

したがって，総余剰の最大化は次のような定式化になる，

$$Max\ \left\{\int_0^x p(x)\,dx - x\cdot c_i\right\}$$

これを解くと，

$$p(x)=c_i+x\cdot dc_i/dx$$

となる．この時の最適交通量はx_1である．

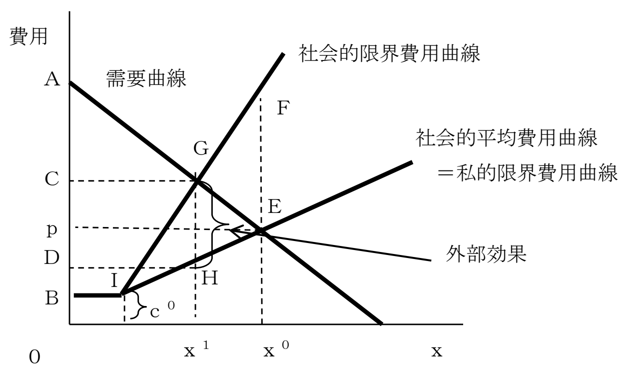
なお，右辺は，平均費用c_iに外部費用$x\cdot dc_i/dx$の分を加えたものである．すなわち，社会的限界費用になる．したがって，需要関数と社会的限界費用が等しくなるところで決まる交通量が社会的厚生を最大化する交通量である．

しかし，一般には，この社会的最適条件は満たされない．そこで，外部費用に等しい混雑税（ＧＨ）を賦課することによって社会的厚生を最大化することになる．

社会的厚生の最大化について示したのが図２である．この図では，需要曲線と供給曲線(＝私的限界費用曲線)，さらに社会的限界費用曲線が描かれている．市場均衡点は点Ｅになる．社会的厚生が最大になるのは点Ｇである．

交通には一定の費用c^0が常に必要になると想定する．その費用は点Ｂあるいは点Ｉの高さ（$=c^0$）で示される．

図２．交通混雑と社会的厚生



交通量が市場で決まる場合，交通量はx^0になる．この時，社会的余剰は，

市場均衡の社会的余剰＝四角形ＡＢＩＥ－三角形ＩＥＦ

＝四角形ＡＢＩＧ－三角形ＧＥＦ

となる．

外部費用に等しい混雑料金を賦課すると新しい均衡点が点Ｇになるので，社会的余剰の増加分は次のようになる．

社会的余剰の増加分＝－四角形ＧＨＥＦ（外部費用の減少分）＋三角形ＧＨＧ(死重損失の増加分)

＝－三角形ＧＥＦ（外部費用の減少分）

したがって，外部費用に等しい混雑料金を賦課すると，混雑料金を賦課しない場合に比べて，三角形ＧＥＦだけ社会的余剰は増加する．これは，混雑料金の賦課によって交通量が減少し外部費用の分四角形ＧＨＥＦが減少したが，死重損失が三角形ＧＨＧだけ増加するので，その差額である三角形ＧＥＦだけ社会的余剰が増加したことによる．

２．３　交通渋滞

交通渋滞に関して，はじめてボトルネックの状態を想定したのはVickrey（1969）であった．彼は，通勤者の出発時刻選択行動を定式化し、ラッシュアワー時間中の交通渋滞の時間変化を説明する動学モデルを構築した．Vickrey の議論を発展させたのがArnott，de Palma，Lindsey（1990）（以下，ＡＤＬと表記）であった．彼らは，ボトルネックでの単位時間当たりの自動車の通行量が最大ｓであるとし，ボトルネックへの自動車の到着量がｓを上回ると渋滞が発生するものとみなした．そして，２地点間のトリップの時間を，

$$T(t)=T^{f}+T^{v}(t)$$

と定式化した．

ここで，T^{f}は固定的時間要素であり，$T^{v}(t)$はボトルネックにおける待ち時間のような可変的時間要素である．その上で，単純化のため，T^{f}はゼロとみなした．そのため，居住地を出発するとすぐボトルネックに到着し，ボトルネックを出るとすぐ職場に到着することになる．

$D(t)$をボトルネックにおける行列の長さとすると，

$$T^{v}(t)=D(t)/s$$

となる．なお，渋滞が始まる時刻をt^{0}とすると，

$$D(t)=\int_{t^{0}}^{t} r(u)\,du-s(t-t^{0})$$

である．

このようにＡＤＬにおける交通渋滞の定式化は朝のラッシュアワーの時間帯における交通状況を踏まえて行われている．しかし，より一般的な交通状況における定式化について検討してみることは一定の価値があるであろう．

そこで，道路容量に上限があり，その容量以上の通過交通はできないというボトルネック状態を想定する．その容量を上回る交通については待ち行列が生じることになる．ここで，当初の交通需要計画については一定時間増加し(0A)，それ以降は減少する（Ｂt^{3}）というパターンを想定する．これらの条件に基づいて交通需要の時間変化を図解したのが図３である．交通容量の上限がx^{*}なので，図３の影が付けられている三角形ＡＢＣの領域は待ち行列になる．この待ち行列の領域は，時間を遅らせてボトルネックから出ていくが，その総量は四角形Ｃ$t^{2}t^{4}$Ｄになる．このように，ボトルネック型交通渋滞のケースでは，交通渋滞によって交通需要の形が変化し，０ＡＤt^{5}になる．

ボトルネック型の交通渋滞を通常の静学モデルで表示したのが図４である．交通量が交通容量x^{*}以下の場合には，走行に伴う交通費用c^{0}がかかるので，一定の費用c^{0}の値になる．D^{1}のような需要と供給が交わった点Ａで交通量x^{1}が決定される．交通量が交通容量と等しくなると，D^{2}のように需要曲線が点Ｂを通ることになる．D^{3}のように交通需要が交通容量を上回った場合には，交通量はx^{*}であるが待ち行列が生じ，その分だけ費用が高くなる．それが，点Ｃで示される費用の高さ（＝x^{*}と点Ｃの距離）である．

図３　交通需要の時間変化

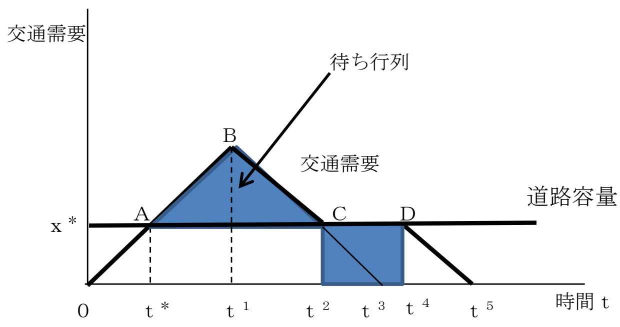
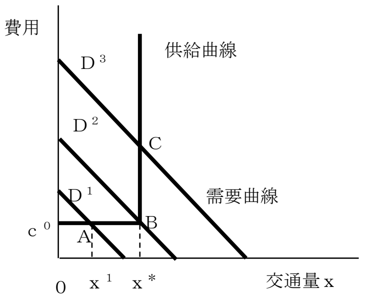


図４　ボトルネック型供給曲線



３．道路のネットワーク構造

３．１　並列構造

道路が２本であり，その構造が並列になるとき，１本の道路でボトルネック渋滞が発生し，もう１本の道路で交通混雑が生じているケースを取り上げることにする．それを示したのが図５である．道路１では，交通渋滞が生じ，道路２では交通混雑が生じるものとする．道路利用者は，道路１あるいは道路２を利用して，出発地から到着地までトリップする．その際，ワードロップ（Wardrop）の原理が働くものと想定する．

図５のような並列道路における総供給曲線は交通渋滞の供給曲線と交通混雑の供給曲線を水平に合計したものになる．それを示したのが図６である．交通需要がD^1のとき均衡点はＡになり，均衡交通量はx^1である．交通需要がD^2のとき均衡点はＢになり，均衡交通量はx^*になり，交通渋滞の境界になる．交通需要がD^3のとき均衡点はＣになり，均衡交通量はx^*であるが，費用は点Ｃの高さになる．

図５．並列道路

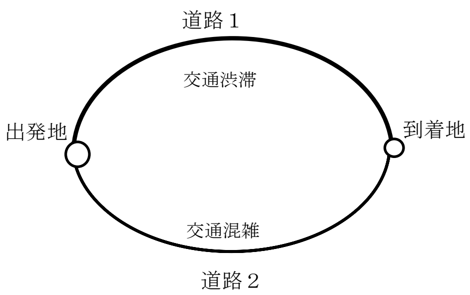
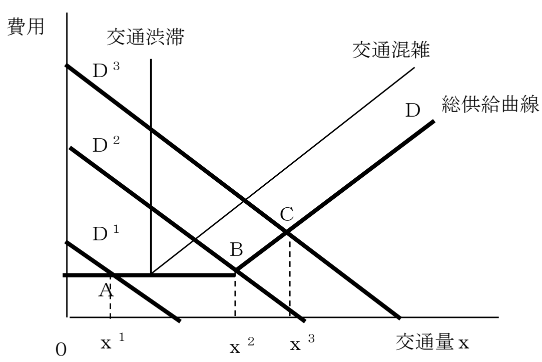
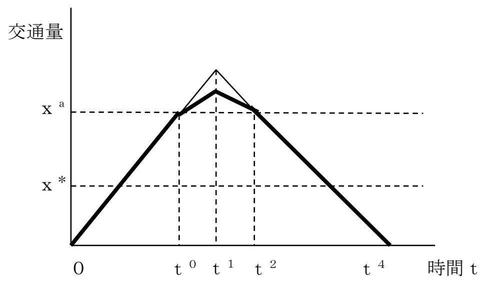


図６　並列道路の交通量



ここで，並列道路における交通需要の予定は図３と同じと想定する．ボトルネック渋滞が発生するが，その時並列道路を利用することができるので交通量が増加することができる．しかし，交通混雑によって交通量は減少する．したがって，結果としては，図７のような交通需要になる．

図７　並列道路の交通需要



３．２　直列道路

道路が２本あり，その構造が直列になるとき，１本の道路で交通渋滞，もう１本の道路で交通混雑が発生しているケースを取り上げる．それが，図８の直列道路である．直列道路では，交通容量ｘ*以上の交通量は生じないので，待ち行列が発生する．したがって，図３のような状況になる．

図８　直列道路

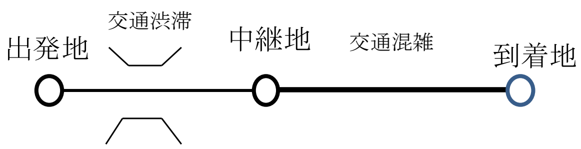
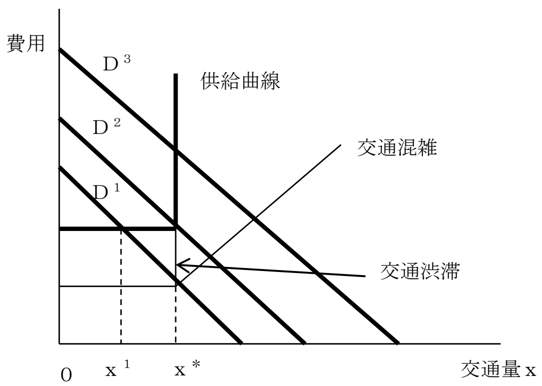


図９　直列道路の交通量



（以下，略）

道路ネットワークにおけるボトルネック型混雑現象の検討

立正大学　藤岡明房

要約

本報告では，ボトルネック型の交通渋滞とフロー型の交通混雑という交通混雑現象の２つのタイプについて検討する．従来，交通混雑現象は，フロー型の交通混雑が主として取り上げられてきた．しかし，近年ボトルネック型の交通渋滞現象が注目されるようになった．しかし，ボトルネック型の交通渋滞は待ち行列を用いて議論するため，動学分析になってしまうという条件が伴った．フロー型の交通混雑は静学分析に基づいているため，ボトルネック型の交通渋滞との関係があまり明確ではなかった. そこで本報告では, ボトルネック型の交通渋滞とフロー型の交通混雑を比較してみる．

その上で，道路のネットワークを想定し，交通渋滞と交通混雑がともに生じた場合の交通量について検討してみる．

Examination of bottleneck type congestion phenomenon in road network

Rissho University　Akifusa FUJIOKA

Summary

In this report, two types of the traffic congestion phenomenon in which it is the traffic congestion of the bottleneck type and the flow type are examined. As for the traffic congestion phenomenon, traffic congestion of the flow type has been chiefly taken up so far. However, the traffic congestion phenomenon of the bottleneck type came to be paid to attention in recent years. However, the dynamic analysis is done as for the traffic congestion of the bottleneck type. Because traffic congestion of the flow type was based on the static analysis, the relation to the traffic congestion of the bottleneck type was not so clear. Then, the traffic congestion of the bottleneck type is compared in this report with traffic congestion of the flow type. Here, the network structure of the road is assumed. And, traffic is examined　when the bottleneck type congestion and the flow type traffic congestion are both caused .